**推荐国家自然科学奖项目公示**

|  |  |
| --- | --- |
| 项目名称 | Ricci 流理论及其几何应用 |
| 推荐单位 | 教育部 |
| 推荐单位意见： |
| 项目简介： 本项目属基础数学领域的几何分析方向。Ricci 流理论是几何分析中最重要方向之一。特别地, Ricci 流理论证实了著名的 Poincaré 猜测与 Thurston 几何化猜测, 这是当代数学的伟大成就之一。本项目中, 该团队在 Ricci 流理论及其几何应用方面做出了如下重要贡献。 1.完全分类了具有正迷向曲率四维闭流形著名数学家, Wolf 奖和 Abel 奖获得者, M. Gromov 在 1993 年对正迷向曲率流形的基本群结构提出了一个重要猜测: 该类流形的基本群是 virtually free。 美国科学院院士 R. Schoen 在 2010 年国际数学家大会的一小时大会报告中重新提出此猜测。R. Schoen 与 S. Brendle 在 2008 年合作对四维情形给出了部分结果。2012 年, 该团队利用 Ricci 流理论完全分类了具有正迷向曲率的四维闭流形。作为推论, 这完全解决了四维 Gromov 猜测。 2.建立了具有逐点夹正曲率流形的紧性定理2000 年，朱熹平与陈兵龙利用Ricci流理论，发现了一个新的几何现象: 逐点夹的正曲率流形一定是紧致的。该论文发表在顶级数学刊物 Invent. Math. 上。分别于 2008 年和 2011 年, 美国科学院院士 R. Schoen 等进一步推广了朱熹平与陈兵龙的这一发现。3.解决了 Ricci 流理论的唯一性问题Ricci 流解的唯一性是该理论的一个基本性公开问题。在 2003 年, Fields 奖获得者 G. Perelman 对具体的三维欧氏空间上特殊的旋转对称的度量勾勒了唯一性的一个证明梗概, 其完整细节后来由著名数学家田刚等给出。在 2006 年, 朱熹平与陈兵龙完全解决了 Ricci 流的唯一性问题。 2009 年, 陈兵龙进一步研究发现了三维 Ricci 流的强唯一性。 4.对 Ricci 流的奇点结构做出了重要贡献Ricci 流奇点结构是一个重要课题。美国科学院院士, Ricci 流创立者 R. Hamilton 在 1993 年证明了具有正曲率的第二类奇点模型一定是稳定的梯度孤立子。2000 年, 朱熹平与陈兵龙证明具有正曲率的第三类奇点模型一定是膨胀的梯度孤立子。2003 年, Perelman 给出了在曲率有界且非负的条件下三维收缩孤立子的分类。2008 年，朱熹平，曹怀东和陈兵龙把 Perelman 结果中的曲率条件完全去掉，得到三维收缩孤立子的一个完整的分类定理。Hamilton 在 1995 年提出了一个紧致流形上第二类奇点的 Hamilton degenerate neck pinching 猜测, 这一猜测被朱熹平与顾会玲于 2008 年证实。5.部分证实了丘成桐的高维单值化猜测 著名数学家，Fields 奖和 Wolf 奖获得者, 丘成桐在 1982 年提出了复几何中著名的高维单值化猜测。 2004 年, 朱熹平、陈兵龙和邓少雄, 利用 Ricci 流理论, 在曲率有界与极大体积增长条件下证实了复二维的丘成桐猜测。  基于此项目的研究，该团队中两人获聘教育部“长江学者奖励计划”特聘教授，两人得到国家杰出青年基金资助，一人获全国百篇优秀博士论文奖。同时，该研究项目获 2013 年度高等学校自然科学奖一等奖。 |
| 客观评价： 本项目中许多成果被世界著名数学家所引用和推广, 如美国科学院院士 R. Schoen等在美国数学会权威综述杂志《Bull. Amer. Math. Soc.》 的一篇综述文章中推广了本项目一个定理, 著名数学家，Fields 奖和 Wolf 奖获得者，丘成桐院士在综述文章《Perspectives on geometric analysis》(Surveys in Differential Geometry) 引用本项目中的结果等。 本项目中许多引文发表在顶级数学期刊《Ann. of Math.》, 《J. Amer. Math. Soc.》, 《Invent. Math.》, 以及《Duke Math. J.》、《J. Differential Geom.》和《Geom. Topol.》等著名数学杂志上。  该项目发表的8篇代表论文被SCI他引245次，其中一篇SCI他引达100次。 一、部分重要引用及评价 [SCI 影响因子(IF)统一按 JCR 的 5 年影响因子统计] 1.著名数学家，曾于 1986年和 2010年两次受邀在国际数学家大会(ICM)做一小时大会报告的美国科学院院士，R. Schoen 与S. Brendle（国际数学家大会 45 分钟邀请报告人）合作在其 2008年论文中用整整一节 (见S. Brendle and R. Schoen, Sphere theorems in geometry, Surveys in Differential Geometry, Volume 13 (2008), 49-84，也见附件24) 推广朱熹平和陈兵龙在代表性论文3中的发现，见该文的第77页“Theorem 7.1 (B. Chen, X. Zhu [18]). Let...... ” 和同一页的 “In the remainder of this section, we prove another generalization of Theorem 7.1.” (即在以下的这一节中， 我们证明陈兵龙和朱熹平定理7.1的另一个推广)。并且，随后在 2011年，R. Schoen 又在美国数学会的权威数学综述期刊《Bull. Amer. Math. Soc.》(IF=2.928) 的综述论文中，重述了朱熹平和陈兵龙的定理并作出了推广。(S. Brendle and R. Schoen, Curvature, Sphere Theorems, and the Ricci Flow, Bull. Amer. Math. Soc., Volume 48(1), 2011, 1-32 的第27页 “Theorem 7.5 (B. Chen, X. Zhu [45]). Given...”)。 2.美国数学家Angenent和Isenberg等人在重要数学期刊《Nonlinearity》(IF= 1.551) 上撰文用数值方法详细研究朱熹平和顾会玲给出 Ricci 流第二类奇性的例子，见他们论文（S. Angenent, J. Isenberg and D. Knopf, Formal matched asymptotics for degenerate Ricci flow neckpinches, Nonlinearity 24 (2011) 2265--2280）的摘要“Abstract: Gu and Zhu (2008 Commun. Anal. Geom. 16 467–94) have shown that type-II Ricci flow singularities develop from.... In this paper, we describe and provide plausibility arguments for a detailed asymptotic profile and rate of curvature blow-up that we predict such solutions exhibit.” 。 3.著名数学家，Fields 奖、Wolf 奖获得者, 丘成桐在其综述性文章《Open Problems in Differential Geometry》（见Open Problems and Surveys of Contemporary Mathematics, Surveys of Modern Mathematics，Vol. 6，Higher Education Press, Beijing.）中对该项目代表性论文1、2中关于四维正迷向曲率流形的分类的成果作了充分肯定，并引发提出公开问题：这一成果是否可以推广到所有维数情形？丘成桐等在该文第462页中写道：“Recently，Chen, Tang and Zhu [43] prove that in dimension 4, any compact manifold M with positive isotropic curvature has a finite covering that is diffeomorphic to connected sums of S4 and S3×S1. Is this true in all dimensions? ”。 4.自 1982 年至 2002 年的二十年间, Hamilton 建立了利用 Ricci 流解决 Poincaré 和 Thurston 几何化猜测的研究框架。 在 2002-2003年间，Perelman 在互联网 arxiv.org 上贴出了三篇论文, 简略地提出了完成 Hamilton 框架的论证。Hamilton-Perelman 理论能否给出 Poincaré 和 Thurston 几何化猜测的证明是当时国际数学界众所关心的问题。全世界至少有三个团队在自觉地研究此论证的正确性: 曹怀东-朱熹平, Morgan-田刚，Kleiner-Lott。在 2005年，朱熹平和曹怀东完成了其检验并填补了所有细节,并于 2006年发表了完整的 Thurston 几何化猜测的证明。美国科学院院士、邵逸夫奖获得者、 Ricci流理论创立者 Hamilton 在 2006 年国际数学家大会 (ICM) 的一小时报告摘要中写道：“A full exposition has been written recently by H.-D. Cao and X.-P. Zhu”。（可见网页 http://icm2006.org/v\_f/AbsDef/Invited/hamilton.pdf） 5.在Bessiere-Besson-Maillot发表于重要数学期刊《Geom. Topol.》(IF=1.346) 的论文中称 Ricci流的唯一性定理为 “Chen-Zhu uniqueness theorem”(即陈-朱唯一性定理) （见 Bessières, L., Besson, G. and Maillot, S., Ricci flow on open 3-manifolds and positive scalar curvature, Geom. Topol. 15 (2011), no. 2, 927–975.） 。在 Kotschwar 发表于《Comm. Anal. Geom.》（IF=0.843）的论文摘要中称之为 "Hamilton/Chen-Zhu's theorem on the uniqueness..." （见Kotschwar, Brett, An energy approach to the problem of uniqueness for the Ricci flow, Comm. Anal. Geom. 22 (2014), no. 1, 149--176.）。Albert Chau 和香港中文大学教授谭联辉在其综述论文中称之为 “uniqueness theorem of Chen-Zhu”（见Albert Chau and Luen-Fai Tam, A survey on the Kähler-Ricci flow and Yau's uniformization conjecture. Surveys in differential geometry. Vol. XII. Geometric flows, 21–46, Surv. Differ. Geom., 12, Int. Press, Somerville, MA, 2008.）。二、部分重要他引引文 [SCI 影响因子(IF)统一按 JCR 的 5 年影响因子统计] 本项目中许多成果被世界著名数学家，如美国科学院院士、两次国际数学家大会一小时大会报告人R. Schoen，以及Fields 奖和 Wolf 奖获得者，丘成桐院士等所引用。 许多引文发表在顶级数学期刊《Ann. of Math.》(IF=3.654), 《J. Amer. Math. Soc.》(IF=3.604), 《Invent. Math.》(IF=2.78), 以及 《Duke Math. J.》(IF=2.009), 《J. Differential Geom.》(IF=2.14) 和 《Geom. Topol.》(IF=1.346) 等著名数学杂志上（见下列文献）。1. Brendle S, Schoen R. *Manifolds with 1/4-pinched Curvature are Space Forms*. Journal of the American Mathematical Society, 2009, 22(1): 287-307.
2. Lott J, Zhang Z. *Ricci flow on quasiprojective manifolds*. Duke Mathematical Journal, 2009, 156(1): 87-123.
3. Brendle S. *Rotational symmetry of self-similar solutions to the Ricci flow*. Inventiones Mathematicae, 2013, 194(3): 731-764.
4. Agol I, Storm P, Thurston W. *Lower bounds on volumes of hyperbolic Haken 3-manifolds*. Journal of the American Mathematical Society, 2007, 20(4): 1053-1077.
5. Marques F. *Deforming three-manifolds with positive scalar curvature*. Annals of Mathematics, 2012, 176(2): 815-863.
6. Chau A, Tam L. *On the Complex Structure of Kähler Manifolds with Nonnegative Curvature*. Journal of Differential Geometry, 2006, 73(3): 491-530.
7. Bessieres L, Besson G, Maillot S. *Ricci flow on open 3–manifolds and positive scalar curvature*. Geometry & Topology, 2010, 15(2): 927-975.
 |
| 代表性论文专著目录： 1. 题目：Complete classification of compact four-manifolds with positive isotropic curvature；期刊名称：Journal of Differential Geometry；作者：Chen Bing-Long,Tang, Siu-Hung, Zhu Xi-Ping\*；影响因子：2.14；年卷页码：2012年91卷(1) 41-80页；SCI他引次数：4；他引总次数：4
2. 题目:Ricci flow with surgery on four-manifoldswith positive isotropic curvature;期刊名称:Journal of Differential Geometry； 作者:Chen Bing-Long, Zhu Xi-Ping\*；影响因子：2.14；年卷页码：2006年74卷(2) 177-264页；SCI他引次数：13；他引总次数：13
3. 题目：Complete Riemannian manifolds with pointwise pinched curvature；期刊名称：Inventiones Mathematicae；作者：Chen Bing-Long, Zhu Xi-Ping\*；影响因子：2.78；年卷页码：2000年140卷(2) 423-452页；SCI他引次数：11；他引总次数：12
4. 题目：Uniqueness of the Ricci flow on complete noncompact manifolds；期刊名称：Journal of Differential Geometry；作者：Chen Bing-Long, Zhu Xi-Ping\*；影响因子：2.14；年卷页码：2006年74卷(1) 119-154页；SCI他引次数：31；他引总次数：31
5. 题目：Strong uniqueness of the Ricci flow；期刊名称：Journal of Differential Geometry；作者：Chen Bing-long\*；影响因子：2.14；年卷页码：2009年82卷(2) 363–382页；SCI他引次数：69；他引总次数：69
6. 题目：A complete proof of the Poincaré and geometrization conjectures—application of the Hamilton-Perelman theory of the Ricci flow；期刊名称：Asian Journal of Mathematics；作者：Cao Huai-Dong, Zhu Xi-Ping\*；影响因子：0.632；年卷页码：2006年10卷(2) 165-492页；SCI他引次数：100；他引总次数：101
7. 题目：The existence of type II singularities for the Ricci flow on S^{n+1}；期刊名称：Communications in Analysis and Geometry；作者：Gu Hui-Lin, Zhu Xi-Ping\*；影响因子：0.843；年卷页码：2008年16卷(3) 467-494页；SCI他引次数：11；他引总次数：11
8. 题目：A uniformization theorem for complete non-compact Kähler surfaces with positive bisectional curvature；期刊名称：Journal of Differential Geometry；作者：Chen Bing-Long, Tang Siu-Hung, Zhu Xi-Ping\*；影响因子：2.14；年卷页码：2004年67卷(3) 519-570页；SCI他引次数：6；他引总次数：6

补充说明：（1）以上带“\*”号的指的是论文的通讯作者。 （2）以上论文的知识产权均为国内所有。 |
| 主要完成人情况：1. **朱熹平，排名1，教授，工作单位：中山大学，完成单位：中山大学，是该项目主要负责人，对本项目所有重要科学发现均有贡献。具体的贡献如下:**

 一、与陈兵龙、邓少雄合作, 完成了代表性论文 1、2, 完全分类了具有正迷向曲率的四维闭流形。 二、与陈兵龙合作完成了代表性论文 3, 发现了一个新的几何现象: 逐点夹的正曲率流形一定是紧致的。 三、与陈兵龙合作完成了代表性论文 4，完全解决了 Ricci 流解的唯一性问题。 四、与曹怀东合作完成了代表性论文 6, 检验并填补了 Hamilton-Perelman 理论的所有细节。 五、与顾会玲合作完成代表性论文 7, 证明了 Hamilton 猜测。 六、与陈兵龙、邓少雄合作, 完成了代表性论文 8, 部分地证实了复二维的丘成桐猜测。1. **陈兵龙，排名2，教授，工作单位：中山大学，完成单位：中山大学，在该项目中承担了仅次于朱熹平的主要的科研任务，对本项中重要科学发现1、2、3、4、5 均有贡献。具体的贡献如下:**

一、与朱熹平、邓少雄合作, 完成了代表性论文 1、2，完全分类了具有正迷向曲率的四维闭流形。二、与朱熹平合作完成了代表性论文 3, 发现了一个新的几何现象: 逐点夹的正曲率流形一定是紧致的。三、与朱熹平合作完成了代表性论文 4, 完全解决了 Ricci 流解的唯一性问题。进一步完成了代表性论文 5, 获得了三维 Ricci 流解的强唯一性。四、与朱熹平合作证明了 Hamilton 关于第三类奇点模型一定是膨胀的梯度孤立子猜测。五、与朱熹平、邓少雄合作, 完成了代表性论文 8, 部分地证实了复二维的丘成桐猜测。1. **邓少雄，排名3，副教授，工作单位：中山大学，完成单位：中山大学，在该项目中是第三主要完成人，对本项目中的重要科学发现点 1 和 5 有贡献。具体贡献如下:**

一、与朱熹平、陈兵龙合作, 完成了代表性论文 1, 完全分类了具有正迷向曲率的四维闭流形。特别地,证实了四维 Gromov猜测: 具有正迷向曲率的四维紧致流形, 其基本群是 virtually free的。二、与朱熹平、陈兵龙合作, 完成了代表性论文 8，在极大体积增长条件下, 证实了复二维的丘成桐猜测。1. **顾会玲，排名4，副教授，工作单位：中山大学，完成单位：中山大学，在该项目中是第四主要完成人，对本项目中重要科学发现 4 做出贡献。具体贡献如下:**

与朱熹平合作完成了代表性论文 7，证实了由美国科学院院士, Ricci 流创立者 Hamilton 在 1995 年的综述文章中提出的关于紧致流形上演化出第二类奇点的 Hamilton degenerate neck pinching 猜测。这是至今为止国际上关于 Ricci 流第二类奇点存在性理论方面的唯一结果。 |
| 完成人合作关系说明：朱熹平获得的 1998 年度国家杰出青年基金（编号： 19825101）于1999年1月1日启动。本项目的研究正是从此时在广州中山大学开始。当时陈兵龙在朱熹平教授指导下攻读博士学位。经过一年多时间的努力，朱熹平和陈兵龙利用 Ricci 流发现了一个新的几何现象并回答了 Hamilton 关于膨胀孤立子的一个猜测。这工作于 2000 年发表在顶级数学刊物《Invent. Math.》上。在本项目的整个过程中，朱熹平与陈兵龙始终一起合作研究。2000 年至 2004 年间，朱熹平和陈兵龙主要研究 Kaehler 流形上的 Ricci 流，其中 2002 年 1 月邓少雄加入了该研究。 经过三年多的努力， 朱熹平、陈兵龙和邓少雄利用 Ricci 流对丘成桐高维单值化猜测给出了部分回答。这工作发表于 2004 年的《J. Differential Geom.》。在 2004 年至 2006 年间，朱熹平和陈兵龙解决了 Ricci 流解的唯一性的公开问题。 2004 年曹怀东（与朱熹平合作），依托中山大学获得国家杰出青年基金 B 类资助。 于2006 年， 朱熹平与曹怀东合作发表了关于 Perelman 的 Poincare 和 Thurston几何化猜测证明的全部细节。 在 2006 至2008 年间，朱熹平、陈兵龙和曹怀东还给出三维收缩孤立子的完全分类。曹怀东与本项目成员们的合作都是依托国家杰出青年基金 B 类项目在中山大学完成的。自 2003 年至 2008 年，顾会玲是朱熹平教授指导的硕博连读研究生。 于 2006 年， 顾会玲加入了本项目的研究，与朱熹平合作研究 Hamilton degenerate neck pinching 猜测。经过三年多的努力，他们完全解决了 Hamilton 猜测并于 2008 年发表了该成果。 自 2004 年开始，朱熹平和陈兵龙试图攻克 Gromov 关于正迷向流形结构的重要猜测。 于 2006 年， 朱熹平和陈兵龙在 《J. Differential Geom.》 上发表了部分结果。 大约在 2008 年， 邓少雄也加入了该课题的合作研究。 最终于 2012 年 5月， 朱熹平、陈兵龙和邓少雄在《J. Differential Geom.》 上发表的论文给出了四维正迷向曲率流形的全面分类，特别地解决了 Gromov 猜测的四维情形。 |